

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE  
MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO  
(CÓDIGO DA PROVA 835) – 1ª FASE – 26 DE JUNHO 2024**

**1.**

Soma dos pontos atribuídos a cada castelo:

A ->  $3 + 5 + 3 = 11$  pontos

L ->  $5 + 1 + 3 + 1 = 10$  pontos

M ->  $2 + 4 + 2 = 8$  pontos

V ->  $3 + 2 + 2 + 4 = 11$  pontos

Nenhum castelo obtém a maioria absoluta do total de pontos, por isso elimina-se o castelo M

Nova tabela

	A	L	V
Carlos	0	$5 + 2$	3
Diana	$3 + 4$	1	2
Fausto	5	3	2
Matilde	3	1	$4 + 2$
Total	15	12	13

Nenhum castelo obtém a maioria absoluta dos votos. Elimina-se o castelo L.

Reformulando de novo a tabela:

	A	V
Carlos	0	3 + 7
Diana	7 + 1	2
Fausto	5 + 3	2
Matilde	3	6 + 1
Total	19	21

Vence o castelo V

Assim teremos:

**I -> b) ; II -> a) ; III -> c) ; IV -> b)**

**2.**

Divisor padrão:  $\frac{350+150+300}{200} = 4$

	A	B	C	Total
Quota Padrão	$\frac{350}{4} = 87,5$	$\frac{150}{4} = 37,5$	$\frac{300}{4} = 75$	
Nº porta-chaves	87	37	75	199
Restantes porta-chaves		+1		

Estabelecimento A -> 87 porta-chaves

Estabelecimento B -> 38 porta-chaves

Estabelecimento C -> 75 porta-chaves

### 3.

Vamos apresentar duas formas de resolver o problema.

#### 1ª Forma de resolução:

Calcular o número de litros de gasolina necessários:

4,8 l -----100 km

X -----3125 km

Calcular o valor total que a família Silva gastou em gasolina:

$$150l \times 1,77\text{€} = 265,50\text{€}$$

Calcular a percentagem destinada a impostos:

2,3% do PV correspondente ao IVA sobre a margem de comercialização

16,4% do PV correspondente ao IVA sobre o preço de referência

36,7% do PV correspondente ao ISP

TOTAL: 55,4%

Calcular o valor destinado a impostos:

$$265,50 \times 0,554 = 147,09\text{€}$$

#### 2ª Forma de resolução:

Calcular o número de litros de gasolina necessários:

4,8 l -----100 km

X -----3125 km

Calcular o valor total que a família Silva gastou em gasolina:

$$150l \times 1,77\text{€} = 265,50\text{€}$$

Calcular o valor destinado ao IVA sobre a margem de comercialização:

$$265,50 \times 0,023 = 6,1065\text{€}$$

Calcular o valor destinado ao IVA sobre o preço de referência:

$$265,50 \times 0,164 = 43,542\text{€}$$

Calcular o valor destinado ao ISP:

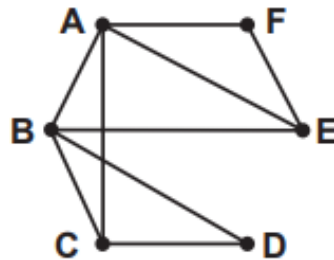
$$265,50 \times 0,367 = 97,4385\text{€}$$

Calcular o valor destinado a impostos:

$$6,1065 + 43,542 + 97,4385 = 147,087 \approx 147,09\text{€}$$

4.

O grafo construído, no qual cada vértice representa uma das letras usadas nas peças criadas pelo Manuel e cada aresta simboliza uma peça, deve assemelhar-se ao seguinte:



Todos os vértices apresentam grau par, exceto os vértices C e E. Ao incluir a aresta EC, alcançamos um grafo conexo onde todos os vértices possuem grau par, formando assim um Grafo de Euler. Um Grafo de Euler permite um Circuito de Euler, que é um percurso que começa e termina no mesmo vértice, passando por todas as arestas uma única vez. Assim, a aresta que representa a peça em falta será EC ou CE.

5.

5.1.

Sabemos que:

- $A(t)$  representa o número de árvores em milhares;
- $A(7)$  representa o número de árvores no início de 2009;
- $A(5)$  representa o número de árvores no início de 2007;
- $A(7)-A(5)$  representa o aumento do número de árvores entre o início de 2007 e o início de 2009

Assim,  $A(7)-A(5) > 10$  significa que o aumento do número de árvores entre 1 de janeiro de 2009 e 1 de janeiro de 2007 foi maior que 10 milhares, ou seja, superior a 10 000.

Resposta: **Opção (B)**

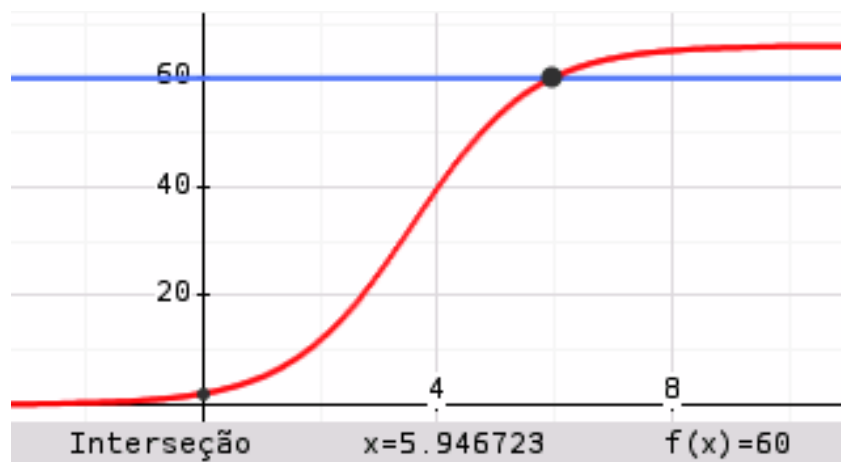
5.2. Calculando o número de árvore no início de 2002, temos:

$$A(0) = \frac{66}{1+32e^{-0,87 \times 0}} = \frac{66}{1+32 \times 1} = \frac{66}{33} = 2 \text{ milhares}$$

No ano em causa, o número de árvores foi 30 vezes superior, ou seja:

$$30 \times A(0) = 30 \times 2 = 60 \text{ milhares}$$

Assim, usando a calculadora gráfica para obter o gráfico da função  $A(t)$  e também o gráfico da função constante  $f(x) = 60$ , numa janela adequada, obtemos a abcissa do ponto de interseção, ou seja, o valor do tempo em que o número de árvores era de 60 000:



Assim, temos que o número de árvores atingiu o valor 60 000 para  $t \approx 5,95$ , ou seja, 6 anos após o início de 2002, isto é, em 2008.

5.3. Sabemos que:

- no início de 2011, o número de árvores era de  $A(9) = \frac{66}{1+32e^{-0,87 \times 9}} \approx 65,660$  milhares
- no início de 2012, o número de árvores era de  $A(10) = \frac{66}{1+32e^{-0,87 \times 10}} \approx 65,871$  milhares
- o aumento do número de árvores foi de  $65\,871 - 65\,660 = 211$  árvores
- como o aumento do número de árvores por fatores naturais corresponde a 0,21% do número de árvores que existiam no início de 2011, esta parte do aumento corresponde a  $0,0021 \times 65\,660 \approx 138$  árvores

Assim, o número de árvores plantadas corresponde à diferença entre o aumento total do número de árvores registado durante 2011 e o número de árvores que surgiram por fatores naturais, ou seja:

$$211 - 138 = 73 \text{ árvores}$$

Resposta: **Opção (A)**

6.

A tabela de frequências que resulta, diretamente, da leitura dos dois gráficos é (**a negrito**):

Classes	$n_i$	$N_i$	$f_i$	$F_i$
$]0,10]$ $x_1$	<b>29</b>	29	5%	<b><math>z=5\%</math></b>
$]10,20]$ $x_2$	<b>116</b>	145	20%	<b>25%</b>
$]20,30]$ $x_3$	87	232	15%	<b>40%</b>
$]30,40]$ $x_4$	232	464	40%	<b><math>x=80\%</math></b>
$]40,50]$ $x_5$	$y=58$	522	10%	<b>90%</b>
$]60,70]$ $x_6$	<b><math>y=58</math></b>	580	10%	<b>100%</b>

$n_i$ : frequência absoluta simples;  $N_i$ : frequência absoluta acumulada;

$f_i$ : frequência relativa simples;  $F_i$ : frequência relativa acumulada.

$$f_6 = F_6 - F_5 = 100\% - 90\% = 10\%$$

$f_5 = f_6$  porque as classes  $]40,50]$  e  $]50,60]$  têm a mesma frequência. Logo,  $f_5 = 10\%$ .

$$x = 100\% - (10\% + 10\%) = 80\%$$

$$N_2 = n_1 + n_2 = 29 + 116 = 145$$

Determinamos z:

$$145 \text{ ----- } 25\%$$

$$29 \text{ ----- } z$$

Vamos agora determinar o número total de clientes (N):

$$29 \text{ ----- } 5\%$$

$$N \text{ ----- } 100\%$$

$$f_4 = F_4 - F_3 = 80\% - 40\% = 40\% \quad n_4 = 580 \times 0,40 = 232$$

$$f_3 = F_3 - F_2 = 40\% - 25\% = 15\% \quad n_3 = 580 \times 0,15 = 87$$

Calculo de y:

$$\begin{aligned}
 2y &= N - (n_1 + n_2 + n_3 + n_4) \\
 \Leftrightarrow 2y &= 580 - (29 + 116 + 87 + 232) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow y &= \frac{116}{2} = 58
 \end{aligned}$$

Resposta:

I a) II a) III b) IV c)

**NOTA:** A tabela foi preenchida com os valores entretanto calculados.

7.

7.1.

Tabela de frequências

Idade em classes	Frequência absoluta	Frequência relativa em %
[18, 28[	25 + 40 + 10 = 75	75/400 = 0,1875 = 18,75%
[28, 38[	100 + 30 + 20 = 150	150/400 = 0,375 = 37,5%
[38, 48[	50 + 30 + 30 = 110	110/400 = 0,275 = 27,5%
[48, 58[	25 + 20 + 20 = 65	65/400 = 0,1625 = 16,25%
Total	200+120+80=400	100%

7.2.

I - a)

Total de condutores de

(a) ligeiros - **200** condutores

(b) motociclistas - 120 condutores

(c) autocaravanas - 80 condutores

II - b)

Tempo de condução ininterrupta em horas

classes	(a) ligeiros	(b) motociclistas	(c) autocaravanas
]0, 1]	30% de 200 = 60	<b>30% de 120 = 36</b>	10% de 80 = 8
]1, 2]	40% de 200 = 80	60% de 120 = 72	30% de 80 = 24
]2, 3]	30% de 200 = 60	<b>10% de 120 = 12</b>	60% de 80 = 48
total	200	120	80

**III - c)**

60%

**IV - b)**

**V - b)**

Classe modal

(a) ligeiros - [28, 38[ - 100 condutores

**(b) motociclistas - [18, 28[ - 40 condutores**

(c) autocaravanas - [38, 48[ - 30 condutores

**VI - c)**

Quartil 1

(a) ligeiros

classes	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada
]0, 1]	60	60
]1, 2]	80	140
]2, 3]	60	200
total	200	

$200/4=50$ , logo Q1 está em ]0, 1]

(b) motociclistas

classes	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada
]0, 1]	36	36
]1, 2]	72	108
]2, 3]	12	120
total	120	

$120/4=30$ , logo Q1 está em ]0, 1]

(c) autocaravanas

classes	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada
]0, 1]	8	8
]1, 2]	24	32
]2, 3]	48	80
total	80	

$80/4=20$ , logo Q1 está em ]1, 2]

**VII - c)**

Quartil 2

(a) ligeiros

Idade em classes	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada
[18, 28[	25	25
[28, 38[	100	125
[38, 48[	50	175
[48, 58[	25	200
Total	200	

$200/2=100$  , logo Q2 está em [28, 38[

(b) motociclistas

Idade em classes	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada
[18, 28[	40	40
[28, 38[	30	70
[38, 48[	30	100
[48, 58[	20	120
Total	120	

$120/2=60$ , logo Q2 está em [28, 38[

(c) autocaravanas

Idade em classes	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada
[18, 28[	10	10
[28, 38[	20	30
[38, 48[	30	60
[48, 58[	20	80
Total	80	

**80/2=40, logo Q2 está em [38, 48[**

Resposta

**(a) 1      (b) 2, 4, 5      (c) 3, 6, 7**

**8.**

**8.1.** O Manuel pretende determinar a probabilidade de obter uma matrícula com apenas uma vogal, que não se pode repetir.

Os casos favoráveis obtêm-se ao se considerar 1 das 3 vogais disponíveis no conjunto (A, E, I). Nos restantes espaços destinados a letras irão existir 7 possibilidades de consoantes de escolha (B,C,D,F,G,H,J), sendo que se poderá repetir consoantes. A única vogal escolhida pode ser colocada em um dos 4 espaços disponíveis para as letras. Logo:

$$n.^\circ \text{ de casos favoráveis} = 3 \times 7^3 \times 4$$

Quanto aos casos possíveis, em cada um dos espaços destinados a letras nas matrículas existem 10 letras disponíveis para esses espaços, pelo que:

$$n.^\circ \text{ de casos possíveis} = 10^4$$

Assim, vem que:

Escolhe-se ao acaso uma das matrículas que é possível formar nas condições dadas.

Para determinar a probabilidade de obter uma matrícula com apenas uma vogal, que não se pode repetir, o Manuel desenvolveu o raciocínio seguinte.

Uma vez que a parte numérica da matrícula (78) já se encontra definida, o Manuel dedicou a sua atenção à sequência de letras que constitui a matrícula.

O Manuel começou por pensar que a única vogal só poderia ser escolhida de entre as 3 disponíveis. De seguida, percebeu que existem  $7^3$  formas de escolher as restantes três letras. Concluiu, portanto, que o número de casos favoráveis para determinar a probabilidade solicitada seria o quádruplo do produto dos dois valores anteriores.

Quanto ao número de casos possíveis, o Manuel obteve  $10^4$  casos.

As correspondências corretas são:

**I → b) ; II → b) ; III → c) IV → b)**

**8.2.** As matrículas a considerar são:

A    7 8    A

Como as restantes duas letras que determinam estas matrículas têm de ser diferentes entre e diferentes de A, então no primeiro espaço temos 9 possibilidades e no segundo espaço temos 8 possibilidades. Logo:

$$n.^\circ \text{ de matrículas} = 9 \times 8 = 72$$

Resposta: **Opção (B)**

## **9.**

Vamos apresentar três formas de resolver o problema.

1ª Forma de resolução:

Consideremos os acontecimentos

C: «O aluno tem carta de condução.»

G: «O aluno gostaria de percorrer a EN2.»

Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um dos alunos que gostaria de percorrer a EN2, queremos saber qual a probabilidade desse aluno não ter carta de condução, isto é, queremos determinar  $P(\bar{C}|G)$ .

Tendo em conta o enunciado, podemos calcular:

$$P(C) = 0,2 \text{ e } P(G|C) = 0,75, \text{ logo } P(C \cap G) = P(C) \times P(G|C) = 0,2 \times 0,75 = 0,15$$

$$P(G) = 0,5, \text{ logo } P(\bar{C} \cap G) = P(G) - P(C \cap G) = 0,5 - 0,15 = 0,35$$

$$\text{Então } P(\bar{C}|G) = \frac{P(\bar{C} \cap G)}{P(G)} = \frac{0,35}{0,5} = 0,7$$

### 2ª Forma de resolução:

Preenchimento de uma tabela de dupla entrada

$$P(C) = 0,2 \text{ e } P(G|C) = 0,75, \text{ logo } P(C \cap G) = P(C) \times P(G|C) = 0,2 \times 0,75 = 0,15$$

$$P(G) = 0,5, \text{ logo } P(\bar{C} \cap G) = 0,5 - 0,15 = 0,35$$

	G	$\bar{G}$	Total
C	0,15		0,2
$\bar{C}$	0,35		
Total	0,5		

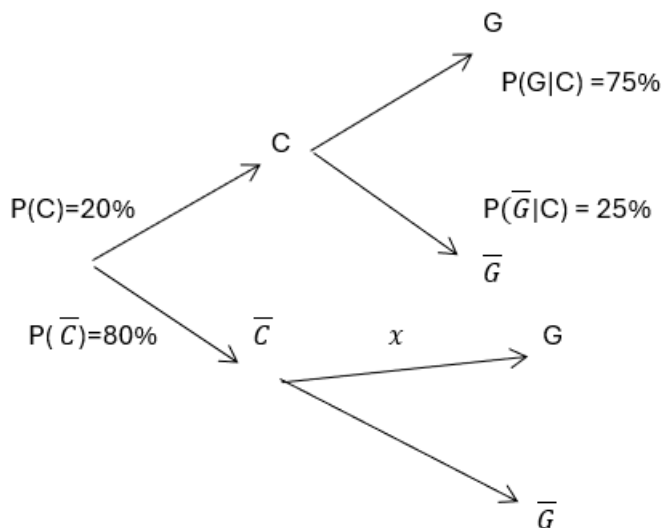
**Nota:** os restantes valores da tabela não são necessários para o cálculo da probabilidade pedida

$$\text{Então } P(\bar{C}|G) = \frac{P(\bar{C} \cap G)}{P(G)} = \frac{0,35}{0,5} = 0,7$$

### 3ª Forma de resolução:

C: "Alunos que têm carta de condução"

G: "Alunos que gostariam de percorrer a EN2"



$$P(G \cap C) + P(\bar{G} \cap C) = P(G) \Leftrightarrow 20\% \times 75\% + 80\% \times x = 50\% \Leftrightarrow x = \frac{50\% - 15\%}{80\%} \Leftrightarrow x = 43,75\%$$

$$P(\bar{C}|G) = \frac{P(\bar{C} \cap G)}{P(G)} = \frac{80\% \times 43,75\%}{50\%} = 70\%$$

**10.**

A amostra tem dimensão  $n = 225$  motociclistas

A média amostral é  $\bar{x} = 4,5$  etapas

Desvio padrão amostral é  $s = 1,2$  etapas

O nível de confiança de 99% é associado ao valor  $z \approx 2,576$

Considerando o intervalo de confiança para a média

$$\left] \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$$

e substituindo todos os valores vem

$$\left] 4,5 - 2,576 \times \frac{1,2}{\sqrt{225}} ; 4,5 + 2,576 \times \frac{1,2}{\sqrt{225}} \right[ = ]4,29 ; 4,71[$$

O Fred tinha razão em duvidar da afirmação proferida no clube de motociclismo, uma vez que o número médio de etapas referido, 6 etapas, não pertence ao intervalo]4,29 ; 4,71[.