PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE

MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO

(CÓDIGO DA PROVA 835) – 1ª FASE – 13 DE JULHO 2021

1.

1.1.

Temos que:

•O número total de votos validamente expressos foi 7200, correspondentes a 96% dos votos apurados, pelo que o número de votos apurados (VA), é:

$$\frac{VA}{7200} = \frac{100}{96} \Leftrightarrow VA = \frac{7200 \times 100}{96} \Leftrightarrow VA = 7500$$

•Como a abstenção foi de 20%, o número de votos apurados (VA), corresponde a 100−20 = 80% do número de acionistas da empresa que poderiam ter votado (NA), ou seja:

$$\frac{NA}{7500} = \frac{100}{80} \Leftrightarrow NA = \frac{7500 \times 100}{80} \Leftrightarrow NA = 9375$$

Resposta: **Opção C**

1.2.

Aplicando o método descrito, temos:

Lista	A	B	C	D
Votos	1505	2295	1750	1650
N.ºtotal de votos	1505 + 2295 + 1750 + 1650 = 7200			
Divisor padrão	7200/24= 300			
Quota inferior	1505/300≈ 5	2295/300≈ 7	1750/300≈ 5	1650/300≈ 5
Soma das quotas inferiores	5 + 7 + 5 + 5 = 22 (inferior a 24)			
Divisor modificado	300−10 = 290			
Quota inferior modificada	1505/290≈ 5	2295/290≈ 7	1750/290≈ 6	1650/290≈ 5
Soma das quotas inferiores modificadas	5 + 7 + 6 + 5 = 23 (inferior a 24) Logo o divisor modificado=290 não serve			
Divisor modificado	300−2×10 = 280			
Quota inferior modificada	1505/280≈ 5	2295/280≈ 8	1750/280≈ 6	1650/280≈ 5
Soma das quotas inferiores modificadas	5 + 8 + 6 + 5 = 24			

Assim, o número de elementos que cada lista conseguiu eleger para a nova equipa diretiva da *ParaPagar*, recorrendo ao método descrito, é:

- 5 elementos da lista A,
- 8 elementos da lista B,
- 6 elementos da lista C,
- 5 elementos da lista D.

2.

	Mariana	Pedro	Tiago
Valor global atribuído	370+480+230=1080	330+500+205=1035	290+480+190=960
Valor justo	$\frac{1080}{3}=360$	$\frac{1035}{3}=345$	$\frac{960}{3}=320$
Atribuição telemóveis	A e C	B	-----------
Valor dos telemóveis atribuídos	370+230=600	500	0
Saldo	600-360=240 (paga)	500-345=155 (paga)	0-320=-320 (recebe)
Dinheiro disponível	(240+155)-320=75 e $\frac{75}{3}=25$		
Atribuição final	Telemóveis A e C Paga 240-25=215€	Telemóvel B Paga 155-25=130€	Recebe 320+25=345€

A Mariana fica com os telemóveis A e C e paga 215€, o Pedro recebe o telemóvel B e paga 130€ e o Tiago recebe 345€.

3.

Utilizando o método enunciado é escolhida a aresta de menor peso (posto mais próximo) iniciando em P_4. Assim, temos:

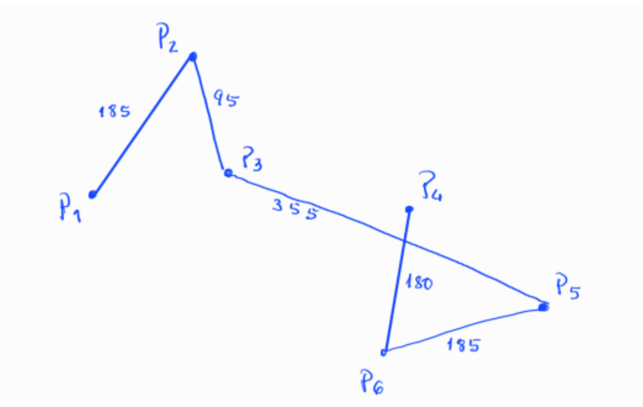
1º aresta a escolher: P_4-P_6 – 180 km

2º aresta a escolher: P_6-P_5 – 185 km

3ª aresta a escolher: P_5-P_3 – 355 km

4ª aresta a escolher: P_3-P_2 – 95 km

5ª aresta a escolher: P_2-P_1 – 185 km



Obtendo-se o grafo ao lado, que representa as ligações a renovar por aplicação do método descrito.

Quantidade mínima de cabo de fibra ótica a renovar: 180+185+355+95+185=1000 km

4.

4.1.

A partir do histograma podemos determinar a frequência absoluta de cada classe.

Para determinação da média, precisamos em cada classe da marca da classe.

Idade dos funcionários	Marca da Classe	Frequência absoluta
[18, 28[	(18+28)/2 = 23	15
[28, 38[	33	75 – 15 = 60
[38, 48[	43	120 – 75 = 45
[48 ,58[	53	140 – 120 = 20
[58, 68[	63	150 – 140 = 10

Inserindo os dados nas listas da calculadora e recorrendo às suas potencialidades

Lista 1	Lista 2
23	15
33	60
43	45
53	20
63	10

Obtém-se uma média de 39,67, ou seja, aproximadamente igual a 40 anos.

4.2.

Para calcular a amplitude do ângulo ao centro correspondente ao sector circular relativo ao número de funcionários cuja idade pertence ao intervalo [18, 28[, basta calcular

$$\frac{15}{150} \times 360 = 36°$$

Resposta: **Opção D**

4.3.

Idade dos funcionários	Frequência absoluta das duas zonas	Frequência relativa das duas zonas	Frequência relativa acumulada das duas zonas
[18, 28[	15 + 30 = 45	45/250 = 0,18	0,18
[28, 38[	60 + 25 = 85	85/250 = 0,34	0,18 + 0,34 = 0,52
[38, 48[	45 + 30 = 75	75/250 = 0,30	0,52 + 0,30 = 0,82
[48 ,58[	20 + 10 = 30	30/250 = 0,12	0,82 + 0,12 = 0.94
[58, 68[	10 + 5 = 15	15/250 = 0,06	0,94 + 0,06 = 1
TOTAL	45+85+75+30+15= 250		

5.

Sabe-se que

$VF = 500$

$i = 0{,}03$

$P = 75$, no máximo

Pretende-se saber n, o número de prestações mensais pagas pelo Tiago

Ora

$$P = \frac{500 \times 0{,}03 \times (1 + 0{,}03)^n}{(1 + 0{,}03)^n - 1} \Leftrightarrow P = \frac{15 \times 1{,}03^n}{1{,}03^n - 1}$$

Vamos agora construir uma tabela com as várias possibilidades para n e o respetivo valor da prestação mensal P:

$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{P}$
2	261
3	177
4	135
5	109
6	92
7	80
8	71
9	64
10	58

O número de prestações mensais deverá ser 8, uma vez que só pode pagar no máximo 75€ mensais e pretende pagar no mínimo de prestações possíveis para ser mais vantajoso, correspondendo a um valor total a pagar de $8 \times 71 = 568$ €

6.

6.1.

Comecemos por determinar o número de utilizadores da aplicação no Alentejo no início de 2016. Ou seja:

Ano 2016 $\rightarrow \quad t = 0 \quad \rightarrow A(0) = \frac{20}{1+e^{-0{,}2\times 0}} = 10\ mil$

Logo, o número de utilizadores que não pertenciam à região do Alentejo é:

$$50\ 000 - 10\ 000 = 40\ 000 = 40\ mil$$

Concluímos então que:

$$percentagem = \frac{40}{50} \times 100 = 80\ \%$$

6.2.

A percentagem de utilizadores previstos a longo prazo no Alentejo é:

$$100 - (20 + 25 + 30 + 15) = 10\ \%$$

Logo, o número de utilizadores expectável a longo prazo é:

$$0{,}10 \times 200\,000 = 20\,000 = 20\ mil$$

Usando as potencialidades de uma calculadora gráfica e estudando a evolução do n.º de utilizadores alentejanos da aplicação através do modelo $A(t) = \frac{20}{1+e^{-0{,}2t}}$, observamos na tabela seguinte que:

N.º de anos desde 2016 (t)	N.º de utilizadores, aproximado, no Alentejo $\left(A(t)\right)$
0	10
1	10,997
2	11,974
3	12,913
...	...
44	19,997
45	19,998
46	19,998
47	19,998
48	19,999

Assim, podemos verificar, que num prazo bastante alargado de tempo, o número de utilizadores no Alentejo aproxima-se cada vez mais de 20 000. Assim, o modelo poderá estar correto para a estimativa realizada.

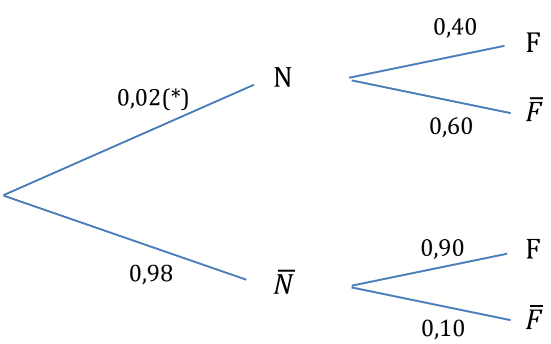
7.

Definem-se os acontecimentos:

N- “novos utilizadores que tiveram dificuldades na instalação da aplicação”

F – “utilizadores que consideram a aplicação de fácil manuseamento”

A situação apresentada pode ser traduzida pelo seguinte diagrama



(*) valor obtido a partir da leitura do gráfico considerando que 2018 $\rightarrow$ $t = 3$

Pretende-se calcular $P(\bar{F})$

A partir do diagrama anterior sabe-se que:

$P(\bar{F}) = 0{,}02 \times 0{,}60 + 0{,}98 \times 0{,}10$=0,11

8.

Existem 6 possibilidades para a formação de um código nas condições indicadas, a saber:

TG851	T851G	851TG
GT851	G851T	851GT

A probabilidade do Tiago acertar à primeira tentativa será acertar na única sequência correta de entre as 6 possíveis, ou seja,

$P = \frac{1}{6}$

Resposta: **Opção A**

9.

Estão definidas duas situações, errar e não errar na password. Assim, temos

E – "Errar ao escrever a palavra pass"

P(E)=0,1 e P($\bar{E}$)=0,9

Escolhendo três pessoas ao acaso temos três situações possíveis, não erra a primeira, ou não erra a segunda ou não erra a terceira pessoa. Obtemos assim,

$$(0{,}9 \times 0{,}1 \times 0{,}1) \times 3 = 0{,}027$$

10.

Observando a tabela podemos verificar que dos 625 utilizadores da *ParaPagarApp*, o número dos que na última compra, usaram a aplicação, pagaram mais de 20 euros e, no máximo, pagaram 60 euros, é: $81 + 44 = 125$

Assim, como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, tendo em conta que:

- Dimensão da amostra: n=625
- Proporção amostral dos clientes que consideram as obras necessárias: $\hat{p} = \frac{125}{625} = 0{,}2$
- Valor de z para um nível de confiança de 90%: z=1,645

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança, e arredondando os valores às centésimas, temos:

$$\left]0{,}2 - 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}2 \times (1-0{,}2)}{625}};\ 0{,}2 + 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}2 \times (1-0{,}2)}{625}}\right[\approx \left]0{,}17; 0{,}23\right[$$