PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENSINO SECUNDÁRIO DE MATEMÁTICA APLICADA Às CIÊNCIAS SOCIAIS

(CÓDIGO DA PROVA 835) – 2ª FASE – 22 DE JULHO 2016

1.

Divisor Padrão (DP) = $\dfrac{n.^o\ total\ de\ votos}{n.^o\ de\, mandatos} = \dfrac{498+100+804+125}{12} = = 125$

Lista	W	X	Y	Z
N.º votos	498	100	804	98
Quotas Padrão	$\frac{498}{125} \approx 3{,}98$	$\frac{100}{125} \approx 0{,}80$	$\frac{804}{125} \approx 6{,}43$	$\frac{98}{125} \approx 0{,}78$
Quotas arredondadas	3+1 = 4	0 + 1 = 1	6 + 1 = 7	0 + 1 = 1

Soma das quotas arredondadas = 4 + 1+ 7 + 1 = 13
Como a soma das quotas arredondadas é diferente do número de mandatos a atribuir é necessário encontrar um divisor modificado.
Uma vez que a soma das quotas arredondadas é superior ao número de mandatos, pode definir-se como divisor modificado Dm= DP + 10 = 125 + 10 = 135

Refazendo os passos anteriores agora com Dm= 135, obtém-se

Lista	W	X	Y	Z
N.º votos	498	100	804	98
Quotas Modificadas	$\frac{498}{135} \approx 3{,}69$	$\frac{100}{135} \approx 0{,}74$	$\frac{804}{135} \approx 5{,}96$	$\frac{98}{135} \approx 0{,}73$
Quotas arredondadas	3+1 = 4	0 + 1 = 1	5 + 1 = 6	0 + 1 = 1

Soma das quotas arredondadas = 4 + 1+ 6 + 1 = 12 -> número de mandatos a atribuir

A constituição da assembleia-geral do SCC será então a seguinte:

- Lista W: 4 mandatos
- Lista X: 1 mandato
- Lista Y: 6 mandatos
- Lista Z: 1 mandato

2.
N.º de votos na 1ª preferência:
Candidato E: 7 votos
Candidato F : 11 + 6 = 17 votos
Candidato G: 14 votos
Candidato H: 9 votos

O atleta com maior número de votos na 1ª preferência (Fernando), não obtêm maioria absoluta, uma vez que $\frac{17}{47} \approx 0{,}36$, logo inferior a 0,5.
É então necessário eliminar o candidato co menor números de votos na 1ª preferência, que neste caso é a Eduarda (E).

Reestruturando a tabela de preferências, obtém-se

N.º votos	11	14	7	6	9
1ª preferência	F	G	H	F	H
2ª preferência	G	H	F	H	G
3ª preferência	H	F	G	G	F

N.º de votos na 1ª preferência:
Candidato F : 11 + 6 = 17 votos
Candidato G: 14 votos
Candidato H: 7 + 9 = 16 votos

O candidato com maior número de votos na 1ª preferência continua a ser o Fernando, com 17 votos e como tal não atinge a maioria absoluta. Assim é necessário eliminar mais um candidato, que neste caso é a Gabriela (G)

Reestruturando mais uma vez a tabela de frequências:

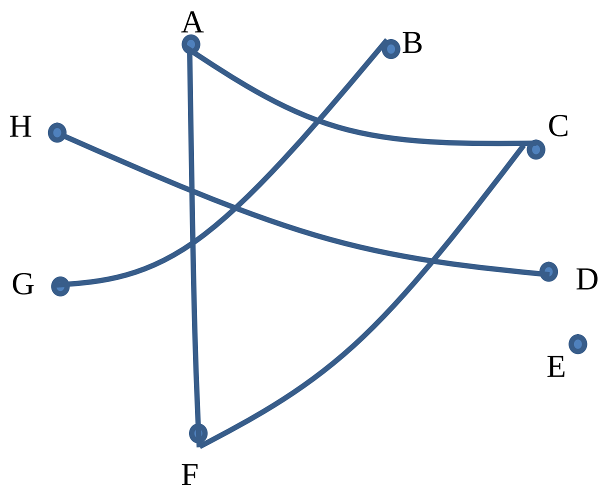
N. º votos	11	14	7	6	9
1ª preferência	F	H	H	F	H
2ª preferência	H	F	F	H	F

Votos na 1ª preferência:
Candidato F : 11 + 6 = 17 votos
Candidato H: 14 + 7 + 9 = 30 votos

O candidato vencedor por aplicação do método descrito é o Henrique, que não é o candidato com maior número de votos na 1ª preferência na tabela de preferências original.

3.

Definindo como:
Vértices – modalidades
Arestas – ligam duas modalidades que podem ser inseridas num mesmo bloco



Se, por exemplo, for atribuído o mesmo símbolo aos vértices adjacentes (modalidades compatíveis), verifica-se que são necessários quatro símbolos diferentes para as oito modalidades.

Conclui-se que é necessário constituir quatro blocos constituídos da seguinte forma:
- Modalidade E;
- Modalidades A, C e F;
- Modalidades B e G;
- Modalidades D e H

4.
4.1.
Processo 1
Se a probabilidade de ser sénior, sabendo que é mulher, é 1/5, então a probabilidade de ser júnior, sabendo que é mulher, é 4/5; como há 4 mulheres juniores, conclui-se que o total de mulheres é 5, apenas 1 será sénior logo b = 1.

Considerem-se definidos os seguintes acontecimentos:
H – o candidato selecionado é Homem
S - o candidato selecionado é Sénior
Sabe-se que:
$$P(H|S) = \frac{a}{a+b} = \frac{4}{5}$$
E sabe-se que b = 1. Substituindo o valor de *b* na igualdade,
$$\frac{a}{a+1} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = 4$$

Processo 2

Considerem-se definidos os seguintes acontecimentos:
H – o candidato selecionado é Homem
M - o candidato selecionado é Mulher
J - o candidato selecionado é Júnior
S - o candidato selecionado é Sénior

Sabe-se que

$$P(H|S) = \frac{a}{a+b} = \frac{4}{5}$$

E que

$$P(S|M) = \frac{b}{4+b} = \frac{1}{5}$$

Desta segunda igualdade conclui-se que

$$5b = 4 + b \Leftrightarrow 4b = 4 \Leftrightarrow b = 1$$

Substituindo o valor de *b* na primeira igualdade,

$$\frac{a}{a+1} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = 4$$

O número de candidatos seniores será então dado por $a + b = 5$

4.2

O sexto jurado a ser escolhido poderá ser Júnior ou Sénior.
Se for Júnior, passaremos a ter 5 jurados Juniores, isto é, X=5
Se for Sénior, teremos quatro jurados Juniores, ou seja X=4

Ora

$$P(X=4) = P(6^o\,jurado\ ser\ senior) = \frac{n^o\,candidatos\ seniores}{n^o\,total\ de\ candidatos} = \frac{16-1}{30-5} = \frac{3}{5}$$

$$P(X=5) = P(6^o\,jurado\ ser\ junior) = \frac{n^o\,candidatos\ juniores}{n^o\,total\ de\ candidatos} = \frac{14-4}{25} = \frac{2}{5}$$

A tabela de distribuição de probabilidades da variável X é a seguinte

$X = x_i$	4	5
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$

5.

5.1.

Comecemos por descobrir o valor de cada PRC, em euros:

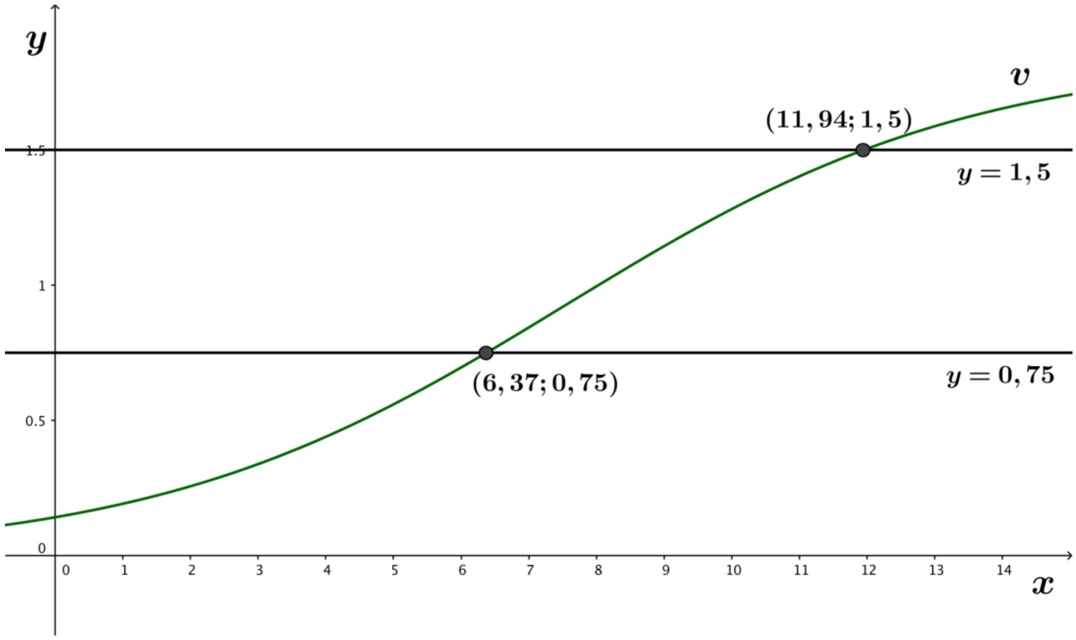
$$v(14{,}5) = \frac{1{,}85}{1 + 12 \times e^{-0.33\times 15{,}5}} \approx 1{,}6814$$

Assim, como o Francisco tem 1500 PRC, então podemos concluir que o Francisco teve de trocar:

$$1{,}6814 \times 1500 \approx 2522€$$

5.2.

Teremos que observar entre que dias é que o câmbio esteve entre $0{,}75€$ e $1{,}5€$. Assim, fazendo a representação gráfica recorrendo à calculadora:



O Henrique e a Gabriel estiveram em Pracóvia juntos durante cerca de 6 dias:

$11{,}94 - 6{,}37 = 5{,}57 \approx 6$

Concluímos que não é possível os dois amigos terem estado na Pracóvia durante 10 dias simultaneamente.

6.

6.1.

6.1.1.

Podemos determinar a frequência cardíaca do atleta de 2012 tendo em conta que a média dos dados referentes à frequência cardíaca dos vencedores corresponde a $166{,}5$. Logo:

$$\frac{165 + 166 \times 2 + 168 + 170 \times 2 + P + 160 \times 2 + 168}{10} = 166{,}5$$

$1493 + P = 1665$

$P = 172$

Podemos então verificar que a primeira afirmação é falsa.

Usando as capacidades da calculadora gráfica, coloca-se numa lista os seguintes valores, obtendo-se a seguinte mediana como resultado:

Lista 1
165
166
166
168
170
170
172
160
160
168

$Mediana = 167$

Verificamos que a segunda afirmação é falsa.

Por último, observando a representação gráfica representada na Figura 1, podemos verificar que tendencialmente quanto maior a temperatura ambiente, maior é a frequência cardíaca dos atletas, ou, por outras palavras, existe uma associação linear positiva entre as variáveis em análise. Logo, o coeficiente de correlação entre a temperatura ambiente e a frequência cardíaca não poderá ser negativo. Concluímos desta forma que a terceira afirmação também é falsa.

6.1.2.

Processo 1

Seguindo o modelo linear $y = 0{,}71x + 147{,}1$, em que x corresponde à temperatura ambiente e y a frequência cardíaca, temos que quando $x = 31{,}7$, então:

$y = 0{,}71 \times 31{,}7 + 147{,}1 = 169{,}607$

Assim, comparando com o valor da frequência cardíaca registado em 2006 (165 pulsações/minuto), podemos concluir que $31{,}7\ °C$ não é uma temperatura admissível com a maratona de 2006.

Processo 2

Seguindo o modelo linear $y = 0{,}71x + 147{,}1$, em que x corresponde à temperatura ambiente e y a frequência cardíaca, consultando a tabela temos que em 2006 a frequência cardíaca foi de 165 pulsações/minutos, então:

$165 = 0{,}71x + 147{,}1 \Leftrightarrow 165 - 147{,}1 = 0{,}71x \Leftrightarrow 165 - 147{,}1 = 0{,}71x \Leftrightarrow 17{,}9 = 0{,}71x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \approx 25{,}2$

Assim, sendo a temperatura prevista 25,2º, podemos concluir que $31{,}7\ °C$ não é uma temperatura admissível com a maratona de 2006.

6.2.

Podemos verificar que:

$n = 300 \quad \bar{x} = 3 \quad s = 0{,}75 \quad z = 2{,}576$

Assim:

$$\left]\bar{x} - z \times \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right[= \left]3 - 2{,}576 \times \frac{0{,}75}{\sqrt{300}}; 3 + 2{,}576 \times \frac{0{,}75}{\sqrt{300}}\right[=]2{,}888; 3{,}112[$$

Concluímos que a Eduarda tinha razão para duvidar da afirmação da publicação do blogue, uma vez que o valor indicado (3 horas e 15 minutos que corresponde a 3,25h) não se encontra no intervalo determinado.

7.

Valor total em euros:

$1200 \times 0{,}80 = 960\ euros$

Valor debitado na conta:

$960 + 0{,}0096 \times 960 + 3{,}5 = 972{,}736$

O valor debitado na conta da Eduarda foi de 972,74 euros