mathniversity®
promovemos o teu sucesso na matemática

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA FINAL DE MATEMÁTICA DO 3.º CICLO (CÓDIGO DA PROVA 92) – 21 DE JUNHO 2016

1.

Constante de proporcionalidade: $k=5\times 21=105$ porque o produto das coordenadas de qualquer ponto do gráfico de uma proporcionalidade inversa é igual à constante de proporcionalidade.

Processo 1.
As coordenadas de Q não podem ser as opções A nem B porque ao efetuar o seu produto o algarismo das unidades não é 5 (9x7 =63**).**
Entre as opções C e D escolhemos a D porque 3x 35 = 105.

Processo 2.

Expressão algébrica: $y=\dfrac{105}{x}$

Coordenadas do ponto $Q(35, 3)$ porque $3=\dfrac{105}{35}$

Opção correta: (D)

2.

Valor, em euros, de que a ONU dispunha = $1700\times\dfrac{45}{100}=765$ milhões

Notação científica = $765\times 10^6=7{,}65\times 10^8$

Resposta: O valor, em euros, de que a ONU dispunha, à data da notícia, era $7{,}65\times 10^8$.

3.

Processo 1.
Pelo Teorema de Tales sabemos que existe proporcionalidade entre os comprimentos de segmentos de reta determinados em duas retas concorrentes por um par de retas paralelas situadas no mesmo plano.

Assim, $\dfrac{\overline{OA}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{BD}}\Leftrightarrow\dfrac{8}{4{,}5}=\dfrac{9{,}6}{\overline{BD}}\Leftrightarrow\overline{BD}=\dfrac{4{,}5\times 9{,}6}{8}\Leftrightarrow\overline{BD}=5{,}4$

Processo 2.

Pelo critério AA, os triângulos [OAB] e [OCD] são semelhantes logo, os seus lados correspondentes são diretamente proporcionais.

Assim, $\frac{\overline{OA}}{\overline{OC}}=\frac{\overline{OB}}{\overline{OD}} \Leftrightarrow \frac{8}{12{,}5}=\frac{9{,}6}{9{,}6+\overline{BD}} \Leftrightarrow 9{,}6+\overline{BD}=\frac{12{,}5\times 9{,}6}{8} \Leftrightarrow 9{,}6+\overline{BD}=15 \Leftrightarrow \overline{BD}=5{,}4$

Resposta: $\overline{BD}$ é igual a 5,4 cm.

4.

4.1.

FA ou ED ou HC ou GB

Resposta: Por exemplo, a reta FA.

4.2.

$$V_{prisma}-V_{cilindro}=3000 \Leftrightarrow 20^2\times\overline{CH}-\pi\times 10^2\times\overline{CH}=3000 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 400\overline{CH}-100\pi\,\overline{CH}=3000 \Leftrightarrow (400-100\pi)\overline{CH}=3000 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \overline{CH}=\frac{3000}{400-100\pi} \Leftrightarrow \overline{CH}\approx 35$$

Resposta: $\overline{CH}$ é aproximadamente 35 cm.

5.

Cálculo de $\overline{TC}$

$$tg\ 60°=\frac{\overline{TC}}{25{,}6} \Leftrightarrow \overline{TC}=25{,}6\times tg\ 60° \Leftrightarrow \overline{TC}\approx 44{,}29$$

Cálculo de $\overline{CR}$

$$tg\ 45°=\frac{44{,}29}{\overline{CR}} \Leftrightarrow \overline{CR}=\frac{44{,}29}{tg\ 45°} \Leftrightarrow \overline{CR}\approx 44{,}29$$

Cálculo de $\overline{MR}$

$$\overline{MR}=25{,}6+\overline{CR}\approx 25{,}6+44{,}29\approx 70$$

Resposta: A distância entre a Marta e o Rui é aproximadamente 70 m.

6.

$28^2=784$. Como o intervalo não incluí $\sqrt{n}$ então $n=784+1=785$.

Resposta: 785

7.

Como são 40 alunos, o 1.º quartil será a altura correspondente à média das alturas do 10.º e 11.º alunos, observando na tabela as suas posições por ordem crescente das suas alturas.

$1.^{o}\, quartil = \frac{14+14}{2} = 14$

Opção correta: (C).

8.

8. 1 Para a Beatriz vencer esta jogada, deverá sair um 6 no lançamento do seu dado logo, $P(\text{"}sair\ seis\text{"}) = \frac{1}{6}$, porque pela Regra de Laplace, a «probabilidade» de um acontecimento é o quociente entre o número de casos favoráveis a esse acontecimento e o número de casos possíveis.

Resposta: A probabilidade de a Beatriz vencer esta jogada é $\frac{1}{6}$.

8. 2

Processo 1.

Existem 36 casos possíveis correspondentes ao lançamento dos dois dados (um pelo António e outro pela Beatriz).

Dos 36 casos possíveis, 6 dão lugar a empate (casos em que sai o mesmo número nos dois dados). Dos 30 casos que restam, 15 dão a vitória ao António e os outros 15 dão a vitória à Beatriz.

A probabilidade de o António vencer a Beatriz será $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

Processo 2.

Organizando os dados numa tabela de dupla entrada facilita a contagem das possibilidades.

B \ A	1	2	3	4	5	6
1	E	A	A	A	A	A
2	B	E	A	A	A	A
3	B	B	E	A	A	A
4	B	B	B	E	A	A
5	B	B	B	B	E	A
6	B	B	B	B	B	E

E (empate) A(ganha o António) B(ganha a Beatriz)

Há 36 casos possíveis e 15 favoráveis ao António.

A probabilidade de o António vencer a Beatriz será $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

Resposta: A probabilidade de o António vencer esta nova jogada é $\frac{5}{12}$.

9.

Se $q < r$ então $-2q > -2r$

Opção correta: (B)

10.

Observando as igualdades apresentadas, verificamos que a soma dos dois primeiros números ímpares é igual a 2^2, a soma dos primeiros três números ímpares é igual a 3^2**,** a soma dos primeiros quatro números ímpares é igual a 4^2**,** etc. Então a soma dos 80 primeiros números ímpares será igual a $80^2 = 6400$**.**

Resposta: A soma dos 80 primeiros números ímpares é 6400.

11.

Processo 1.

Como f é uma função afim, a expressão que a define é do tipo $f(x) = a\,x + b$**.**

Como $(0,-1)$ pertence à reta r então $b = -1$**.**

A expressão que define a função f é do tipo $f(x) = a\,x - 1$**.**

Como $(5,1)$ pertence à reta r então $1 = a \times 5 - 1 \Leftrightarrow 2 = 5\,a \Leftrightarrow a = \frac{2}{5}$

Processo 2.

Como f é uma função afim, a expressão que a define é do tipo $f(x) = a\,x + b$ em que a representa o declive da reta e b a sua ordenada na origem.

Como $(0,-1)$ pertence à reta r então $b = -1$**.**

Como $(5,1)$ também pertence à reta r então $a = \frac{1-(-1)}{5-0} \Leftrightarrow a = \frac{2}{5}$

Resposta: Uma expressão algébrica que defina a função f é $f(x) = \frac{2}{5}x - 1$**.**

12.

$$\frac{8^{30}}{2^{30}}\times(-1)^{40}=4^{30}\times 1=\left(2^{2}\right)^{30}=2^{60}$$

Resposta: 2^{60}

13.

Resposta: Um sistema possível será $\begin{cases} h=\frac{1}{4}m \\ h+2=\frac{1}{3}(m+3) \end{cases}$

14.

Processo 1.

$$x^2+3(x-2)=x-3 \Leftrightarrow x^2+3x-6=x-3 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times 1\times(-3)}}{2\times 1} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-2+4}{2} \vee x=\frac{-2-4}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=1 \vee x=-3$$

Processo 2

$$x^2+3(x-2)=x-3 \Leftrightarrow x^2+3x-6=x-3 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x+1)^2-1-3 \Leftrightarrow (x+1)^2=4 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x+1=\pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x+1=\pm 2 \Leftrightarrow x=2-1 \vee x=-2-1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=1 \vee x=-3$$

Resposta: As soluções da equação são 1 e -3.

15.

$$\frac{x-1}{6}\le\frac{5x-1}{3}\Leftrightarrow\frac{x-1}{6}\le\frac{10x-2}{6}\Leftrightarrow x-1\le 10x-2\Leftrightarrow 1\le 9x\Leftrightarrow\frac{1}{9}\le x$$

Conjunto Solução: $\left[\frac{1}{9};+\infty\right[$.

16.

Área do quadrado de lado $[OB]$: $(a+b)^2=a^2+2\,a\,b+b^2$

Opção correta: (A).

17.

17.1 Como $[MN]$ é tangente à circunferência então $M\hat{P}O=90°$.

Como $[MOP]$ é um triângulo então, $15°+90°+P\hat{O}M=180° \Leftrightarrow P\hat{O}M=75°$.

Como PÔM é um ângulo ao centro o arco correspondente tem a mesma amplitude.

Opção correta: (B).

17.2 Como $[OPN]$ é um triângulo rectângulo então verifica o Teorema de Pitágoras logo, $\overline{ON}^2=\sqrt{3}^2+3^2\Leftrightarrow\overline{ON}^2=3+9\Leftrightarrow\overline{ON}^2=12\Leftrightarrow\overline{ON}=\sqrt{12}$.

Resposta: $\overline{ON}$ é igual a $\sqrt{12}$.

17.3 Como o ponto O é o ponto de encontro das bissectrizes do triângulo então O é o incentro do triângulo.

Opção correta: (C).