mathniversity®
promovemos o teu sucesso na matemática

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO, 10º-11º, ou 11º-12º, MATEMÁTICA B (PROVA 735)

2010 - 2ª Fase

GRUPO I

1.

1.1. Seja l_n o número de lados da n-ésima linha poligonal.

n	1	2	3	4	...
l_n	4	20	36	52	...

+16 +16 +16

l_n é uma progressão aritmética de razão 16, por isso

$$l_n = 4 + (n-1)\times 16$$
$$l_n = 16n - 12$$

Para existir uma linha poligonal com 456 lados

$$16n - 12 = 456$$
$$16n = 468$$
$$n = 29{,}25$$

o que é impossível porque n é um número natural. Logo, não existe nenhuma linha poligonal desta sequência com 456 lados.

1.2. Como cada lado da sequência mede 1 cm, l_n é também a medida do comprimento de cada linha poligonal, em centímetros.

$$l_1 + l_2 + l_3 + \ldots + l_n > 3200$$

$$\frac{l_1 + l_n}{2} \times n > 3200$$

$$\frac{4 + 16n - 12}{2} \times n > 3200$$

$$8n^2 - 4n - 3200 > 0$$

Introduzindo na calculadora a função quadrática $y = 8x^2 - 4x - 3200$, verifica-se que tem um zero para $x \approx 20{,}25$, e que é positiva para valores superiores a este, logo o número mínimo pedido é 21.

As respostas às questões 1.1. e 1.2 podem também ser obtidas a partir da seguinte tabela:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
n.º de lados	4	20	36	52	68	84	100	116	132	148	164	180	196	212	228	244	260	276	292	308	324	340
soma do nº de lados	4	24	60	112	180	264	364	480	612	760	924	1104	1300	1512	1740	1984	2244	2520	2812	3120	3444	3784
comprimento da linha (metros)	0	0,2	0,6	1,1	1,8	2,6	3,6	4,8	6,1	7,6	9,2	11	13	15,1	17,4	19,8	22,4	25,2	28,1	31,2	34,4	37,8

2.

2.1. A soma das áreas sombreadas contidas nos quadrados BCRO e QOUP é igual a área de um quadrado menor (um quadrado de lado 6 *cm*). De forma análoga, a soma das áreas sombreadas contidas nos quadrados ABOQ e ORSU também é igual à área de um quadrado menor.
Assim, a área da parte sombreada é igual à área de dois quadrados menores, ou seja metade do quadrado maior, e por isso igual à área da parte não sombreada.

2.2

2.2.1. Centro R e amplitude 180°.

2.2.2. A recta PS.

3. A encomenda de 1000 exemplares, ou seja, 10 centenas de exemplares, custa 13000 euros:

$$C(10) = 500 \times 10 + 8000 = 13\,000$$

A venda de 800 exemplares ao preço de 15 euros cada exemplar, rende 12 000 euros:

$$15 \times 800 = 12\,000$$

Logo, a afirmação do funcionário é verdadeira.

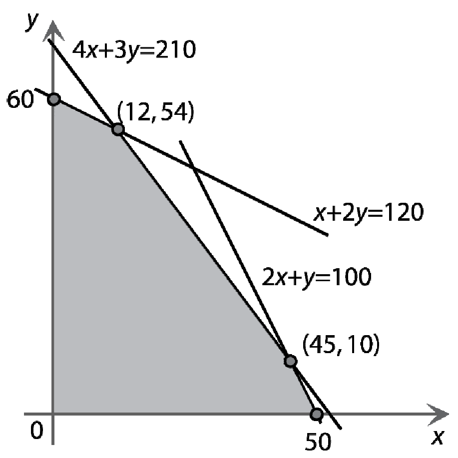
GRUPO II

1. A função objectivo é o número total de quartos ocupados, em dezenas, que se pretende maximizar:

$$N = x + y$$

As restrições do problema:

O número de quartos no hotel VISTASERRA	$0 \leq x \leq 50$
O número de quartos no hotel VISTAMAR	$0 \leq y \leq 60$
Número total de recepcionistas	$2x + y \leq 100$
Número total de empregados do bar	$x + 2y \leq 120$
Número total de funcionários dos quartos	$4x + 3y \leq 210$



0+0=0
0 + 60 = 60
12 + 54 = 66 → Máximo
45 + 10 = 55
50 + 0 = 50

O número máximo de quartos é 120 no hotel VISTASERRA e 540 no hotel VISTAMAR.

2.

2.1. Da figura 8 conclui-se que θ + 90° + α = 180°.
Como a soma dos três ângulos internos do triângulo ABC também é 180°, conclui-se que $\widehat{ABC}$= θ.
Então,

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \cos\theta \Leftrightarrow \frac{h}{5} = \cos\theta \Leftrightarrow h = 5\cos\theta$$

2.2.

$5\cos\theta = 2{,}5 \Leftrightarrow \cos\theta = 0{,}5 \Leftrightarrow \theta = 60°$

$\alpha = 90° - \theta = 30°$

Resposta: $\theta = 60°$ e $\alpha = 30°$.

GRUPO III

1.

	10	**15**	**20**	**25**
1	**10**	**15**	**20**	**25**
2	**20**	**30**	**40**	**50**
3	**30**	**45**	**60**	**75**
4	**40**	**60**	**80**	**100**
5	**50**	**75**	**100**	**125**

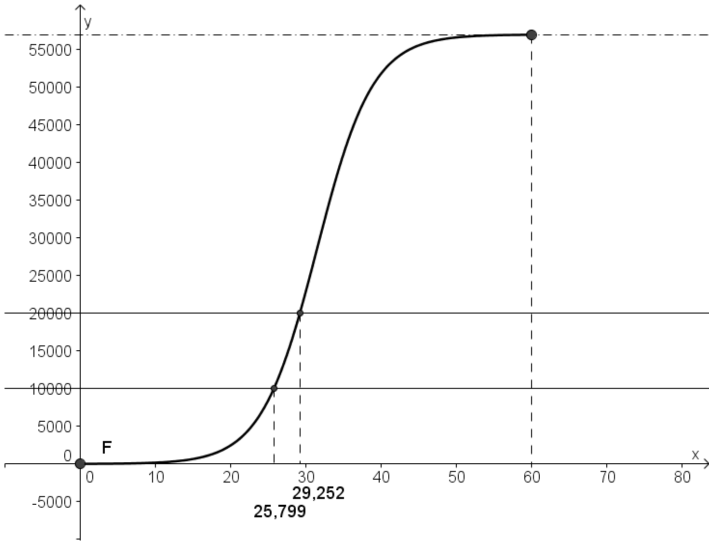
Há 14 casos em que o produto dos números é par.

2.

Na tabela da questão 1. Verificamos que o número de casos possíveis é 20.
A probabilidade de ganhar o segundo prémio é a probabilidade de acertar no primeiro número (4 casos favoráveis) e não acertar no segundo (1 caso favorável). Logo o número de casos favoráveis é 3. A probabilidade de ganhar o segundo prémio é, portanto, 3/20.
A probabilidade de ganhar o terceiro prémio é a probabilidade de acertar no segundo número (5 casos favoráveis) e não acertar no primeiro (1 caso favorável). Logo, a probabilidade de ganhar o terceiro prémio é 4/20 = 1/5.
Ao calcular a probabilidade, o Alberto esqueceu-se de excluir o caso em que se ganha o primeiro prémio.

GRUPO IV

1.



29,2518 –25,7986 = 3,4532

3,4532 semanas = 3 semanas e 0,4532 ×7 dias

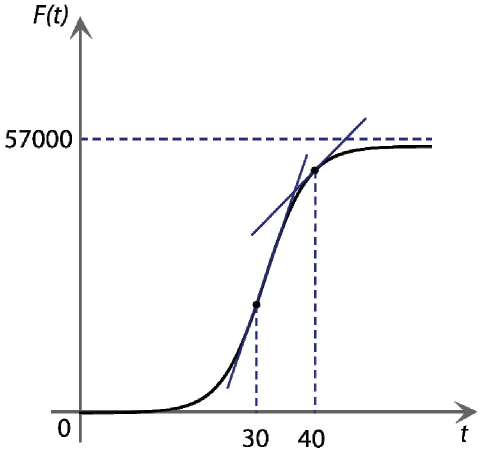
≈ 3 semanas e 3 dias

2. F(60) ≈ 56973,858

$\frac{56973,858}{950000} \approx 0,05997 \approx 6\%$

6% da população foi contagiada durante as 60 semanas.

3.



Da leitura do gráfico, nomeadamente dos declives das rectas tangentes, verifica-se que na 30ª semana o crescimento do número de pessoas contagiadas por semana era muito mais acentuado que na 40ª semana.